

Esercizi su meccanica quantistica.

Riferimenti all'Amaldi vol. 3

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} C \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg \quad m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} kg \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js \quad c = 3 \cdot 10^8 m/s$$

$1eV = 1,60 \cdot 10^{-19} J$ $h = 4,14 \cdot 10^{-15} eV \cdot s$ l'eV (elettronvolt) è l'energia di un elettrone inizialmente fermo che è stato sottoposto a una d.d.p. di 1 Volt.

3 Quanto vale la minima quantità di energia che può essere scambiata con una radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 550 \text{ nm}$?

p.53 n° 3

E' l'energia di un fotone, cioè $E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 3,61 \cdot 10^{-19} J$

8 Dall'armatura positiva di un condensatore piano escano elettroni aventi energia cinetica $K = 1,6 \times 10^{-18} J$. Calcola il potenziale di arresto.

p.53 n° 8

energia potenziale elettrica è uguale

Gli elettroni si arrestano quando l'aumento di energia cinetica iniziale:

$$\Delta U = e\Delta V = K \Rightarrow \Delta V = K/e = 10V$$

14 Per effetto fotoelettrico gli elettroni sono estratti da una superficie soltanto da luce che abbia il valore di $\lambda \leq 546 \text{ nm}$. Calcola l'energia e la quantità di moto dei fotoni di soglia.

p.53 n° 14

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 3,64 \cdot 10^{-19} J \quad p = \frac{E}{c} = 1,21 \cdot 10^{-27} kgm/s$$

16 Per effetto fotoelettrico gli elettroni sono estratti da una superficie solo da luce che abbia $\lambda \leq 546 \text{ nm}$. Calcola il lavoro di estrazione per gli elettroni.

p.53 n° 16

E' la stessa energia dei fotoni di soglia, vedi n°14

22 Un fascio di raggi X viene diretto verso un bersaglio di grafite e si osserva la radiazione diffusa a un angolo di 60° . Calcola la variazione di lunghezza d'onda osservata.

p.54 n° 22

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\phi) = 1,2 \cdot 10^{-12} m = 1,2 pm$$

11 Calcola la lunghezza d'onda di de Broglie per un elettrone che ha un'energia cinetica di $3,0 \text{ keV}$.

p.56 n° 11

Trattandosi di un elettrone, controlliamo prima se possiamo evitare di utilizzare la relatività ristretta:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 3,2 \cdot 10^7 m/s \Rightarrow \gamma = 1,05 \approx 1$$

Dunque dobbiamo trovare la relazione tra p e K:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ p = mv \end{cases} \Rightarrow p = \sqrt{2mK} \quad \text{e, infine,} \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = 22 pm$$

12 Calcola la lunghezza d'onda di de Broglie per una particella di massa $1,0 \mu g$ che ha una velocità di $1,0 \text{ m/s}$.

p.56 n° 12

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 6,6 \cdot 10^{-25} m$$

15 Calcola il rapporto tra la lunghezza d'onda di un fotone di 1,0 keV e la lunghezza d'onda di un elettrone con energia cinetica di 1,0 keV.

p.56 n° 15

per il fotone: $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_\gamma = \frac{hc}{E}$ per l'elettrone: $\lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$ (v. n°11) $\Rightarrow \frac{\lambda_\gamma}{\lambda_e} = 32$

16 Calcola il limite teorico dell'incertezza sulla velocità per un oggetto di massa 1 μg la cui posizione è conosciuta con un'incertezza di ±1 μm e per un elettrone la cui posizione è conosciuta con la stessa incertezza di ±1 μm.

p.56 n° 16

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \Rightarrow \Delta x \cdot m \Delta v \geq \frac{\hbar}{2\pi} \Rightarrow \Delta v_{\text{lim}} = \frac{\hbar}{2\pi m \Delta x} = \begin{cases} \pm 1 \cdot 10^{-19} \text{ m/s} & \text{irrelevabile} \\ \pm 1 \cdot 10^2 \text{ m/s} & \text{rilevabilissimo} \end{cases}$$

18 La vita media di un elettrone in uno stato eccitato di un atomo è di circa 10 ns e quando ritorna allo stato fondamentale l'atomo emette un fotone. Calcola: a) il minimo valore teorico dell'incertezza con cui si può conoscere l'energia del fotone emesso; b) il corrispondente allargamento della riga spettrale, cioè l'intervallo in frequenza entro il quale può essere emesso il fotone. [Nota che non si possono ottenere righe spettrali più sottili.]

p.56 n° 18

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \Rightarrow \Delta E \geq \frac{\hbar}{\Delta t} = 6,6 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$$

$$\Delta E = h \Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{\Delta E}{h} = 16 \text{ MHz}$$

23 Calcola il momento magnetico orbitale dell'elettrone di un atomo di idrogeno che si trova in uno stato caratterizzato dal numero quantico $l = 1$.

p.56 n° 23

Dalla eq.^{ne} (21) a p. 338, $L(1) = \sqrt{1 \cdot 2} \hbar$, da cui

$$\mu_L = -\frac{e}{2m} \sqrt{2} \hbar = \sqrt{2} \mu_B = \sqrt{2} \cdot 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 1,31 \cdot 10^{-23} \text{ Am}^2$$

24 Calcola il modulo del momento magnetico di spin dell'elettrone dell'atomo di idrogeno.

p.56 n° 24

Dalla eq.^{ne} (28) a p. 344, $S = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$, da cui

$$\mu_S = -\frac{e}{m} \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar = \sqrt{3} \mu_B = \sqrt{3} \cdot 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 1,61 \cdot 10^{-23} \text{ Am}^2$$